21ª Conferência Internacional da LARES

Un modelo econométrico + *Analytic Hierarchy Process* (AHP) para seleccionar la mejor alternativa de una inversión inmobiliaria. Caso: Apartamento en la Ciudad de Panamá.

Miguel Camacaro Pérez[1], Ernesto Mock Díaz[2]

[1] *Appraisers Reading Club*, C.R. Ciudad Roca, Urb. Ágata, Casa Nº 5-08, Barquisimeto, Venezuela. mundovalor@gmail.com.
[2] *Appraisers Reading Club*, proavaluos@yahoo.com

RESUMEN

Una persona interesada en realizar una inversión inmobiliaria, inicia un proceso de búsqueda a través de páginas web de inmobiliarias o de agentes inmobiliarios, encontrando diversas alternativas, esto es, productos inmobiliarios diferenciados basados en un rango de precios que se ajusten a su poder adquisitivo. Para coadyuvar al futuro comprador en la toma de decisión, el asesor inmobiliario debe evaluar las características más importantes de cada alternativa que permitan ofrecer una equilibrada relación calidad – precio, en el mejor de los casos, utilizando un procedimiento de selección con fundamento empírico. En este artículo se presenta un caso de estudio para la selección de un apartamento ubicado un sector de la Ciudad de Panamá, para ello se analizaron ofertas con un intervalo de precios entre [165.000 y 215.000]USD, utilizando uno de los métodos de Análisis de Decisiones Multicriterio, o MCDA, el *ANALYTIC HIERARCHY PROCESS* (AHP). Los criterios o variables consideradas en el método multicriterio, estadísticamente importantes para explicar los precios totales de los inmuebles de una muestra de 97 ofertas, según el modelo econométrico, fueron: el área, puesto de estacionamiento, edad, calidad, piso del edificio y distancia al polo valorizante. Se cumplió con todo el procedimiento establecido para aplicar el AHP, pero para estructurar la matriz de comparación por pares de los criterios no se utilizó la escala fundamental de la Tabla de *Saaty*. Para la determinación del vector propio se hizo la sustitución de la importancia de la intensidad en la escala absoluta por la relación entre los coeficientes estandarizados (t^*) de cada variable independiente del modelo econométrico. El ranking sugirió que la mejor opción era PH Coral Tower, que coincidió con el criterio de *Saaty*, pero los resultados son más robustos cuando se analizan los de las otras opciones en las ponderaciones generales, mitigando así la subjetividad en la solución heurística que aporta el AHP.

Palabras clave: modelo, econometría, multicriterio, inmueble, tasación

21ª Conferência Internacional da LARES

An econometric model + Analytic Hierarchy Process (AHP) to select the best alternative for a real estate investment. Case: Apartment in Panama City.

Miguel Camacaro Pérez[1], Ernesto Mock Díaz[2]

[1] *Appraisers Reading Club*, C.R. Ciudad Roca, Urb. Ágata, Casa Nº 5-08, Barquisimeto, Venezuela. mundovalor@gmail.com.
[2] *Appraisers Reading Club*, proavaluos@yahoo.com

ABSTRACT

A person interested in making a real estate investment, starts a search process through real estate websites or real estate agents, finding several alternatives, that is, differentiated real estate products based on a range of prices that fit their purchasing power. To assist the prospective buyer in making a decision, the real estate consultant must evaluate the most important characteristics of each alternative in order to offer a balanced quality-price ratio, in the best case, using a selection procedure with an empirical basis. This article presents a case study for the selection of an apartment located in a sector of Panama City, for which offers with a price range between [165,000 and 215,000]USD were analyzed, using one of the methods of Multicriteria Decision Analysis, or MCDA, the ANALYTIC HIERARCHY PROCESS (AHP). The criteria or variables considered in the multi-criteria method, statistically important to explain the total prices of the properties of a sample of 97 offers, according to the econometric model, were: área, parking space, age, quality, building floor and distance to the value pole. The entire procedure established in the AHP was followed, but the values of the Saaty Table scale were not used to structure the pairwise comparison matrix of the criteria. For the determination of the eigenvector, the tabulated values were replaced by the ratio between the standardized coefficients (t^*) of each independent variable of the econometric model. The ranking suggested that the best option was PH Coral Tower, which coincided with Saaty's criteria, but the results are more robust when analyzing those of the other options in the general weightings, thus mitigating the subjectivity in the heuristic solution provided by the AHP.

Key-words: model, econometrics, multi-criteria, real estate, appraisal.

1. INTRODUCCIÓN

En los negocios inmobiliarios siempre se ha de tomar una decisión de inversión. El industrial debe decidir donde instalar su industria, el promotor inmobiliario donde ubicar su próximo desarrollo inmobiliario o el empresario hotelero debe elegir donde levantar sus instalaciones recreativas. Para decidir si la inversión es viable, una de las consideraciones principales es la evaluación económica-financiera sobre la factibilidad del emprendimiento es fundamental.
En un menor nivel de inversión, una de las grandes decisiones que debe tomar una persona, o un grupo familiar, es cuando debe elegir entre varias alternativas para la adquisición de un inmueble. Para muchos quizás será la única inversión importante en toda su vida. El mercado inmobiliario es un mercado de competencia imperfecta, caracterizado por la heterogeneidad del producto inmobiliario, lo cual dificulta la estimación de los precios, y por ende, la selección del inmueble ideal en una negociación.
En la intermediación del negocio inmobiliario, participan entre otros, los agentes inmobiliarios, quienes manejan una cartera de inmuebles y ofrecen la asesoría correspondiente para el análisis de la mejor alternativa que se ajuste al poder de compra y satisfaga las necesidades del comprador. Para elegir entre las alternativas, en el mejor de los casos, los agentes y el cliente utilizan múltiples criterios para fundamentar la toma de decisión, y esto también es contemplado para los grandes negocios inmobiliarios al realizar el análisis de la viabilidad del emprendimiento.
La disciplina científica denominada Investigación de Operaciones cuenta con una rama que evalúa explícitamente múltiples criterios, que es la *Multiple Criteria Decision Making* (MCDM) o Toma de Decisiones Multicriterio, siendo uno de los métodos consagrados, el Proceso Analítico Jerárquico (*Analytic Hierarchy Process* -AHP) que *Thomas Saaty* desarrolló en los años 70 y 80. Desde su aparición, el método propuesto por *Saaty* y sus colaboradores, ha sido muy elogiado y popular entre sus usuarios, pero también ha sido criticado por la comunidad científica, lo que se ha traducido en la generación de una extensa bibliografía[1].
En cuanto a la opinión en contra de algunos investigadores sobre el AHP, *Harker&Vargas* (1987), aseguran que las principales críticas que se han hecho al AHP no son válidas, porque el AHP se basa en una sólida base teórica y, como demuestran los ejemplos de la bibliografía y las operaciones cotidianas de varios organismos gubernamentales, empresas y consultoras, es una herramienta viable y utilizable para la toma de decisiones. Sin embargo, esto no significa que el AHP sea el método que puede resolver todos los problemas en las tomas de decisiones.
El autor *Kujawski* (2003) ha señalado que gran parte de la popularidad del AHP se debe a: (1) la apariencia de un enfoque científico debido al uso de una formulación matricial; (2) la atractiva técnica de elicitación de las ponderaciones y puntuaciones basada en la comparación por pares mediante una escala verbal; y (3) la existencia de una herramienta de software fácilmente disponible.
Saaty&Vargas (2011) admiten que uno de los temas que se discuten referido al AHP, es el uso de diferentes escalas para traducir los juicios en ratios, consideran que las comparaciones recíprocas por pares se utilizan para expresar los juicios de forma semántica, vinculándolos automáticamente a una escala numérica fundamental de números absolutos de la que se deriva el vector propio principal de prioridades.
Con respecto al uso del AHP y de las escalas de valores fundamentales de la Tabla de *Saaty*, *Velasquez&Hester* (2013), indican que el método es fácil de usar; es escalable; la estructura

---

[1] *Emrouznejad&Marra* (2017) presentan un documento donde se evidencia el creciente conjunto de trabajos sobre el AHP publicados entre 1979 y 2017. Dado el gran número de trabajos en este campo (8.441 piezas publicadas), se optó por un análisis cuantitativo, basado en el mapeo cienciométrico y el SNA.

jerárquica puede ajustarse fácilmente para adaptarse a problemas de muchos tamaños; no requiere muchos datos, pero tiene problemas debidos a la interdependencia entre los criterios y las alternativas; puede dar lugar a incoherencias entre el juicio y los criterios de clasificación; hasta inversión del ranking.

Para *Kadziński* & *Tervonen* (2013), al analizar a la persona que toma decisiones (*Decisión Maker* - DM) se observa que proporciona información de preferencia indirecta en forma de comparaciones por pares de alternativas de referencia, que derivan en un conjunto de funciones de valor compatibles. Ahora al combinar estos resultados con los resultados del uso de la regresión ordinal robusta, el análisis de rangos extremos y el análisis de aceptabilidad multicriterio estocástico, se evidencia que se complementan en un marco unificado de apoyo a la decisión.

Franek&Kresta (2014), investigaron la aplicación y las características de las diferentes escalas de valoración desarrolladas por los académicos para su uso en el AHP, según los resultados presentados, la escala lineal (*Saaty*) sigue siendo una opción favorable. Dependiendo de una mayor consistencia, de los valores de las prioridades y a la selección del criterio más importante un DM puede utilizar las escalas cuadráticas, logarítmica, de potencia o la geométrica para destacar claramente el criterio más preferido. La investigación futura debería centrarse en el uso de diferentes escalas en diferentes problemas de toma de decisiones.

En un estudio realizado por *Meesariganda & Ishizaka* (2017) se indica que la escala de *Saaty* no fue la mejor escala para ningún participante en la evaluación realizada. Utilizando la computación en la nube comprobaron un nuevo método de escalamiento de mapas, generando mejores escalas con el algoritmo propuesto en este trabajo de investigación.

Asadabadi, M. et al (2018) en su estudio analítico sobre uno de los métodos de MCDM, denominado Proceso Analítico Jerárquico (AHP) demuestran que es muy probable que el AHP proporcione una clasificación de opciones que no sería aceptable para una persona racional.

Gopel (2019) realiza un nuevo enfoque para comparar diferentes funciones de escala y derivar una recomendación para la aplicación de escalas. El enfoque se basa en funciones analíticas simples y tiene en cuenta el número de criterios del problema de decisión. Se propone una generalización de la llamada escala equilibrada y se introduce una nueva escala equilibrada adaptativa.

En un estudio realizado *Khan, A. U., & Ali, Y*. (2020), se concluyó que el AHP ha dominado los últimos 20 años en cuanto a número de publicaciones en todas las categorías principales, es decir, ingeniería/tecnología/ciencias aplicadas, ciencias sociales, estudios sanitarios y estudios medioambientales. Esto demuestra que el AHP produce resultados más auténticos y fiables y ha sido el preferido por los investigadores.

Dos Santos et al (2021), realizaron un estudio bibliométrico de publicaciones sobre el tema de criterios múltiples y decisión, comprobando que el método AHP es el más utilizado en todas las áreas de conocimiento. Analizaron tres proyectos de buques en relación con nueve criterios operativos y económicos, y llegaron a la conclusión de que la mejor alternativa sería la construcción de un nuevo buque, basado en AHP, y luego esta opción fue refrendada mediante el análisis de sensibilidad que permite obtener los pesos y ordenar las alternativas a través del factor de Gauss, sin necesidad de aplicar comparaciones por pares de alternativas y criterios.

La revisión bibliográfica que se hizo no fue exhaustiva, sin embargo, es representativa de las posiciones de la comunidad científica sobre el uso de la escala fundamental propuesta por *Saaty*.

En este artículo se presenta una alternativa para la sustitución de la escala de los valores de la Tabla de *Saaty*, por la relación entre los coeficientes estandarizados (t^*) de cada variable independiente de un modelo econométrico. Así, en la sección de Metodología se exponen las bases teóricas del Método Comparativo Directo de Datos de Mercado, basado en las normas brasileñas de tasación, del Proceso Analítico Jerárquico (*Analytic Hierarchy Process* -AHP) y del desarrollo de la propuesta del uso de los resultados del Modelo de Regresión Lineal Múltiple

(MRLM) en el AHP. En la sección Resultados, se hace una exposición de los cálculos realizados para cada procedimiento analizado. Luego se presentan las secciones de Discusión y Conclusión donde se expone la formalidad de la propuesta metodológica basada en los resultados del trabajo de investigación.

2. METODOLOGÍA

Para el desarrollo de este artículo es muy importante que se exponga la base teórica sobre el tratamiento científico del Método Comparativo de Datos de Mercado, el procedimiento del método multicriterio Proceso Analítico Jerárquico (*Analytic Hierarchy Process* -AHP) y la sustitución de elementos de comparación estimados con fundamento empírico usando el Modelo de Regresión Lineal Múltiple (MRLM) por los elementos de comparación heurísticos del método AHP.

2.1 Método Comparativo Directo de Datos de Mercado

El punto 8.2.1.4.3 de la ABNT[2] NBR 14653-2, se refiere al tratamiento científico y expresa que cualesquiera que sean los modelos a utilizar para inferir el comportamiento del mercado y la formación de sus valores, sus supuestos deben ser debidamente explicados y probados.
Cuando se habla de factores que inciden en el valor de mercado de los bienes inmuebles es necesario utilizar un modelo, y este no es más que una representación simplificada de la realidad de mercado. Los modelos econométricos son una clase particular de modelos que tienen por objeto cuantificar relaciones entre variables con base en unas leyes económicas que las sustenten. En sentido amplio, puede decirse que el análisis econométrico se ocupa de desarrollar modelos a través de los cuales puedan verificarse hipótesis relativas a los sistemas económicos.
Los modelos que relacionan el precio de un inmueble con sus características son conocidos como "modelos de formación de precios" o "modelos de precios hedónicos". El modelo de formación de precios hedónicos se puede expresar a través de la siguiente función:

$$P = f(L, E, T) + \varepsilon \qquad (1)$$

Donde:

P : precio del bien en función de sus atributos.
f : forma funcional.
L : variables de localización.
E : variables estructurales.
T : variables temporales.
ε: errores.

Para explicar el comportamiento de los precios de bienes inmuebles con base en una población de m precios observados (Y_i) considerando k características influyentes ($X_{ij},\ j=1,...,k$) se utiliza el modelo de regresión lineal múltiple:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + ... + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_{i;\ i=1,...,m} \qquad (2)$$

Donde:

$Y_1,...,Y_m$: variables dependientes (precio del bien inmueble)

---

[2] ABNT siglas de la Asociación Brasileña de Normas Técnicas organismo responsable de normalización en Brasil. Las siglas NBR se refiere a Normas Brasileñas, en este caso, NBR-14653 Parte2. Avalúos de Bienes Urbanos.

$X_{1k},\ldots,X_{mk}$: variables independientes (características intrínsecas y extrínsecas del bien inmueble).
$\beta_0,\ldots,\beta_k$: parámetros del modelo (atributos o precios sombras).
$\varepsilon_1,\ldots,\varepsilon_m$: errores aleatorios del modelo.

Generalmente no es viable económica ni temporalmente obtener todos los datos de mercado de una población, por lo cual se trabaja con un sub-conjunto de *n* elementos de esta población, denominado muestra. En el modelo de regresión lineal para la representación del mercado, la variable dependiente se expresa como una combinación lineal de las variables independientes, en escala original o transformadas, y las respectivas estimaciones de los parámetros poblacionales, incluyendo los errores, que se originan por:

- Efectos de variables no detectadas y de variables importantes no incluidas en el modelo.
- Imperfecciones accidentales de observación o de medida.
- Variaciones del comportamiento humano, como habilidades diferentes de negociación, deseos, necesidades, compulsiones, caprichos, ansiedades, diferencias de poder adquisitivo, diferencias culturales, entre otros.

Con base en la muestra extraída del mercado, la estimación de los parámetros del modelo de regresión se hace utilizando el método de los mínimos cuadrados o de máxima verosimilitud. En el modelado deben ser expuestas las hipótesis relativas al comportamiento de las variables dependientes e independientes, con base en el conocimiento que el ingeniero de tasaciones tiene del mercado, cuando serán formuladas las hipótesis nula o alternativa para cada parámetro poblacional.

El contenido de la norma destaca la necesidad, cuando se usan modelos de regresión, de observar los supuestos básicos, principalmente en lo que se refiera a la especificación, normalidad, homocedasticidad, no multicolinealidad, no autocorrelación, independencia o no existencia de puntos atípicos, con el objetivo de obtener avalúos insesgados, eficientes y consistentes.

2.2 Proceso Analítico Jerárquico (*Analytic Hierarchy Process* -AHP)

Los individuos o grupos que deben tomar decisiones cuando buscan resolver una situación o un problema, analizan parámetros cuantitativos y cualitativos utilizando múltiples criterios, para seleccionar entre las alternativas existentes la mejor solución posible. Una buena solución implica una visión multidimensional (*Gomes et al*., 2017; *Moreira et al*., 2021 en *Dos Santos* 2021).

Los procesos de toma de decisiones implican una serie de pasos: identificar los problemas, construir las preferencias, evaluar las alternativas y determinar las mejores alternativas (*Simon* 1977; *Keendy y Raiffa* 1993; *Kleindorfer*, *Kunreuther* y *Schoemaker* 1993 en *Tzeng* y *Huang* 2011).

En general, se pueden emplear tres tipos de análisis formales para resolver problemas de toma de decisiones: el descriptivo, el prescriptivo y el normativo. Estos dos últimos se tratan en los campos de la Ciencia de la Decisión, la Economía y la Investigación de Operaciones (IO), siendo esta última una ciencia aplicada destinada a resolver problemas reales, utilizando métodos de otras áreas científicas para introducir elementos de objetividad y racionalidad en los procesos de toma de decisiones.

Existe una rama de la Investigación de Operaciones que evalúa explícitamente múltiples criterios, que es la *Multiple Criteria Decision Making* (MCDM) o toma de decisiones multicriterio. Tanto si el responsable de la toma de decisiones es un individuo, un grupo o directivos, MCDM ayuda a tomar decisiones sobre un problema complejo al evaluar y elegir alternativas para resolverlo utilizando diferentes criterios y puntos de vista (*Kadziński* & *Tervonen*, 2013).

En general el procedimiento sigue seis pasos que incluyen (1) formulación del problema, (2) identificar los requisitos, (3) establecer objetivos, (4) identificar varias alternativas, (5)

desarrollar criterios e (6) identificar y aplicar la técnica de toma de decisiones (*Sabaei, Erkoyuncu, & Roy*, 2015)
En Yepes (2018) Para facilitar la investigación sistemática en el campo de la MCDM, *Hwang* y *Yoon* (1981) sugirieron que los problemas de MCDM pueden clasificarse en dos categorías principales: la toma de decisiones por atributos múltiples (MADM) y la toma de decisiones por objetivos múltiples (MODM), basadas en los diferentes propósitos y tipos de datos.
Es interés de los autores de este artículo hacer referencia a los métodos MADM. La clasificación de estos métodos se hace en función del tipo de información inicial (determinista, estocástica o incierta), o dependiendo de los grupos de decisores (un único grupo o varios grupos). La clasificación más habitual es la propuesta por *Hajkwociz* y *Collins* (2007) y *De Brito* y *Evers* (2016) que se pueden ver en la siguiente tabla:

Tabla 1: Clasificación de los métodos MADM

Grupo MADM	Método MADM
Métodos de puntuación directa	*Simple Additive Weighting* (SAW)
	Complex Proportional Assessment (COPRAS)
Métodos de basados en la distancia	*Goal Programming* (GP)
	Compromise Programming (CP)
	Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS)
	Multicriteria Optimization and Compromise Solution (VIKOR)
Métodos de comparación por pares	*Analytic Hierarchy Process* (AHP)
	Analytic Network Process (ANP)
	Measuring Attractiveness by a Categorial Based Evaluation Technique (MACBETH)
Métodos de superación	*Preference Ranking Organization Method for Enrichment of Evaluations* (PROMETHEE)
	Elimination and Choice Expressing Reality (ELECTRE)
Métodos basados en funciones de utilidad o valor	*Multi-attribute Utility Theory* (MAUT)
	Multi-Attribute Value Theory (MAVT)
	Modelo Integrado de Valor para Evaluaciones Sostenibles (MIVES)

Penadés-Plà et al., (*2016*): información sobre la clasificación de la Tabla 1

Con relación a los métodos de comparación por pares, *Thomas Saaty* introdujo el Proceso Analítico Jerárquico (*Analytic Hierarchy Process –AHP*) en los años 70 y el Proceso de Red Analítica (*Analytic Network Process* –ANP) más recientemente.
Entre sus coautores y colegas se encuentran *Ernest Forman* y Luis Vargas. *Saaty* es una de las personas que más éxito ha tenido en el campo de la gestión de la información y las comunicaciones[3] en la difusión de su método para toma de decisiones complejas.
En un estudio realizado *Khan, A. U., & Ali, Y.* (2020), se concluyó que el AHP ha dominado los últimos 20 años en cuanto a número de publicaciones en todas las categorías principales, es decir, ingeniería/tecnología/ciencias aplicadas, ciencias sociales, estudios sanitarios y estudios medioambientales. Esto demuestra que el AHP produce resultados más auténticos y fiables y ha sido el preferido por los investigadores.
De acuerdo con *Moreno Jiménez et al* (2019), el Proceso Analítico Jerárquico (AHP) es una técnica de decisión Multicriterio que combina aspectos tangibles e intangibles para obtener, en

[3]Según el contenido de la Parte de la historia del *Multiple Criteria Decision Making* (MCDM) tomado del sitio web the *International Society on Multiple Criteria Decision Making*. Recuperado de: https://www.mcdmsociety.org/content/short-mcdm-history-0

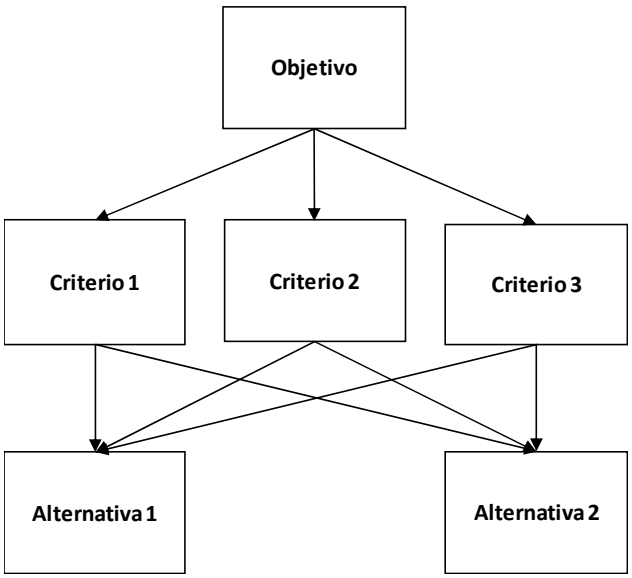
una escala de razón, las prioridades asociadas con las alternativas del problema. En un ambiente de certidumbre, el AHP proporciona la posibilidad de incluir datos cuantitativos relativos a las alternativas de decisión. La ventaja del AHP consiste en que adicionalmente permite incorporar aspectos cualitativos que suelen quedarse fuera del análisis debido a su complejidad para ser medidos, pero que pueden ser relevantes en algunos casos.

Las características principales de este enfoque son la modelización del problema mediante una estructura jerárquica, la utilización de comparaciones pareadas para incorporar las preferencias del decisor, y la obtención de una escala de razón que es válida para la toma de decisiones complejas.

Según *Saaty*, para tomar una decisión de forma organizada para generar prioridades se necesita descomponer la decisión en los siguientes pasos.

1. Definir el problema y determinar el tipo de conocimiento que se busca.
2. Estructurar la jerarquía de la decisión desde la parte superior con el objetivo de la decisión, luego los objetivos desde una perspectiva amplia, pasando por los niveles intermedios (criterios de los que dependen los elementos posteriores) hasta el nivel más bajo (que suele ser un conjunto de alternativas), como se puede observar en la siguiente figura.

Figura 1:Estructura jerárquica del AHP



Elaboración propia con base en *Saaty* (1980)

3. Construir un conjunto de matrices de comparación por pares. Cada elemento de un nivel superior se utiliza para comparar los elementos del nivel inmediatamente inferior con respecto a él.
4. Utilizar las prioridades obtenidas de las comparaciones para ponderar las prioridades en el nivel inmediatamente inferior. Se hace esto para cada elemento. A continuación, para cada elemento del nivel inferior, sume sus valores ponderados y obtenga su prioridad general o global. Continúe este proceso de ponderación y suma hasta obtener las prioridades finales de las alternativas en el nivel más bajo.

Para el desarrollo matemático del AHP, se citará el trabajo presentado por *Tzeng* & *Huang* (1981). Si deseamos comparar un conjunto de n atributos por parejas según sus pesos de importancia relativa, donde los atributos se denotan $a_1, a_2, \ldots, a_n$ y las ponderaciones se denotan

$w_1, w_2, \ldots, w_n$, las comparaciones por pares pueden representarse mediante cuestionarios de percepción subjetiva como:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \ldots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \ldots & a_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \ldots & a_{nj} & \ldots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

Donde $a_{ij} = 1/\ a_{ji}$ (recíproca positiva) y $a_{ij} = a_{ik}\ /a_{jk}$. Tenga en cuenta que, en situaciones realistas, w_i/w_j suele ser desconocido. Por lo tanto, el problema para el AHP es encontrar a_{ij} tal que $a_{ij} \cong w_i/w_j$. Sea una matriz de pesos representada como:

$$W = \begin{array}{c} \\ w_1 \\ \vdots \\ w_i \\ \vdots \\ w_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} w_1 & \cdots & w_j & \ldots & w_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} w_1/w_1 & \cdots & w_1/w_j & \ldots & w_1/w_n \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ w_i/w_1 & \cdots & w_i/w_j & \ldots & w_i/w_n \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ w_n/w_1 & \ldots & w_n/w_j & \ldots & w_n/w_n \end{bmatrix} \end{array}, \quad (4)$$

Al multiplicar W por w se obtiene:

$$W.w = \begin{array}{c} \\ w_1 \\ \vdots \\ w_i \\ \vdots \\ w_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} w_1 & \cdots & w_j & \ldots & w_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} w_1/w_1 & \cdots & w_1/w_j & \ldots & w_1/w_n \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ w_i/w_1 & \cdots & w_i/w_j & \ldots & w_i/w_n \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ w_n/w_1 & \ldots & w_n/w_j & \ldots & w_n/w_n \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_j \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_j \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

Tabla 2: Escala fundamental de Saaty

Intensidad	1	3	5	7	9	2, 4, 6, 8
Lingüística	Igual	Moderada	Fuerte	Demostrada	Extrema	Valores intermedios

Elaboración propia con base en *Tzeng & Huang (1981)*

O

$$(W - n\,I)\ w = 0 \quad (6)$$

La tabla 2 representa la escala fundamental que se emplea para comparar el peso de la importancia entre los criterios según el significado lingüístico de 1 a 9 para denotar desde una importancia igual hasta una importancia extrema.

Dado que la resolución de la ecuación 6 es un problema de valores propios, podemos derivar las ponderaciones comparativas encontrando el vector propio w con su respectivo λ_{max} que satisface

$Aw = \lambda_{max}\ w$, donde λ_{max} es el mayor valor propio de la matriz A, es decir, encontrar el *eigenvector* w con λ_{max} respectivo para $(A-\lambda_{max} I)w = 0$.
Además, para asegurar la consistencia de la percepción subjetiva y la precisión de los pesos comparativos, se sugieren dos índices, incluyendo el índice de consistencia (***I.C.***) y el ratio de consistencia (***R.C.***). La ecuación del ***I.C.*** puede expresarse como:

$$I.C. = \frac{(\lambda_{max}) - n}{(n) - 1} \tag{7}$$

donde λ_{max} es el mayor valor propio, y n denota el número de los atributos. Por otra parte, el ***R.C.*** puede calcularse como:

$$R.C. = \frac{I.C.}{I.A.} \tag{8}$$

donde ***I.A.*** es un índice aleatorio que indica la consistencia de una determinada matriz aleatoria según la siguiente tabla:

Tabla 3: Valores del índice aleatorio (IA) para un conjunto discreto de criterios n ≤ 10

Números de criterios	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IA	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Elaboración propia con base en Sánchez-Garrido (2022)

Según Sánchez-Garrido (2022), si ***I.C.*** es cercano a ***I.A.***, la matriz ha sido completada aleatoriamente, expresando así una inconsistencia absoluta en la evaluación del problema a resolver. A la inversa, un ratio de consistencia (***R.C.***) bajo significa que el DM tiene un conocimiento claro del problema a resolver, siendo para ***I.C.*** = 0 una consistencia completa. La incoherencia será aceptable si el ***R.C.*** no supera los valores indicados en la Tabla 4:

***Tabla 4: Ratio de consistencia máximo* (*R.C.*)**

Tamaño de la matriz [*n*]	***R.C.* [%]**
2	5
5	9
≥5	10

Elaboración propia con base en Sánchez-Garrido (2022)

Si en una matriz se supera el ***R.C.*** máximo, hay que revisar las ponderaciones para mejorar la consistencia y se puede hacer de dos formas: la primera consiste en clasificar las actividades mediante un orden simple basado en las ponderaciones obtenidas con la matriz planteada, y desarrollar, teniendo en cuenta el conocimiento de la categorización previa, una segunda matriz de comparación de pares. La segunda forma, es mediante la aplicación de la programación por metas (Saaty en Aznar 2012).

2.3 Del Modelo de Regresión Lineal Múltiple y el AHP

Cuando se analizan las variables explicativas que forman parte de un MRLM, es interesante saber cuál es la variable de mayor influencia en la variación de la variable respuesta, y esto es posible al hacer la comparación entre los coeficientes estandarizados (t^*) del Modelo de Regresión Lineal Múltiple (MRLM).
La variable que tenga asociado el mayor valor del coeficiente (en valor absoluto) es la que tiene mayor influencia en la variable respuesta, por tanto, se puede determinar la relación de pertinencia entre las variables. Sea la siguiente ecuación de regresión muestral:

$$\widehat{Y_i} = b_0 + b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + b_3 X_{i3} + \ldots + b_k X_{ik}\,;\, i=1,\ldots,m \tag{9}$$

Donde:

$\widehat{Y_i}$: variable dependiente (precio estimado del bien inmueble)
$X_{1k},\ldots,X_{mk}$: variables independientes (características intrínsecas y extrínsecas del bien inmueble).
$b_0,\ldots,b_k$: son los estimadores de los parámetros del modelo.

Se define el coeficiente estandarizado (t_k^*) como el cociente entre el valor del estimador del parámetro del modelo b_k entre su desviación estándar $s(b_k)$:

$$t_k^* = \frac{b_k}{s(b_k)} \tag{10}$$

Ahora bien, la desviación estándar del coeficiente $s(b_k)$ tiene la siguiente ecuación:

$$s(b_k) = S_e \frac{1}{\sqrt{(X_i - \bar{X})^2}} \tag{11}$$

Donde:

X_i: es la variable independiente
$\bar{X}$: promedio de la variable independiente
Se : la desviación estándar del modelo

Siendo la ecuación de la desviación estándar del modelo Se la siguiente:

$$s_e = \sqrt{\frac{\Sigma \left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{n - k - 1}} \tag{12}$$

Donde:

X_i: es la variable independiente
$\bar{X}$: promedio de la variable independiente
n : el tamaño de la muestra
k : número de variables independientes

De manera que para la toma de decisión en la selección de una inversión inmobiliaria utilizando el método multicriterio AHP, una vez analizada una muestra del mercado inmobiliario y obtenido el Modelo de Regresión Lineal Múltiple (MRLM), se procede a sustituir la importancia de la intensidad en la escala absoluta de la Tabla de *Saaty*, en la matriz de comparación por pares de los criterios, por la relación de pertinencia entre los coeficientes estandarizados (t_k*) de cada variable independiente del modelo econométrico. Así se estructura la matriz de comparaciones considerando los valores absolutos los coeficientes estandarizados:

$$A = \begin{bmatrix} t_1^*/t_1^* & \cdots & t_1^*/t_3^* & \dots & t_1^*/t_k^* \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_3^*/t_1^* & \cdots & t_3^*/t_3^* & \dots & t_3^*/t_k^* \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_k^*/t_1^* & \dots & t_k^*/t_3^* & \dots & t_k^*/t_k^* \end{bmatrix} \tag{13}$$

Obtenida la matriz de comparaciones $\boldsymbol{A}$ de las variables se procede al cálculo del vector propio de la matriz, el λ_{max}, el índice de consistencia (***I.C.***) y el ratio de consistencia (***R.C.***). No habiendo problemas de inconsistencia, se procede a calcular los vectores propios de las alternativas por la normalización por la suma de los valores de las variables (cuantitativas).
Saaty&Vargas (2011) señalan que, si las alternativas se miden en una escala diferente para cada criterio, resulta evidente que la normalización es el instrumento que proporciona el efecto estructural para actualizar la importancia de los criterios en función de las alternativas que haya.
Determinados los vectores propios de las variables y de las alternativas, se procede con el cálculo del vector de ponderaciones generales, de donde se extraerá el *ranking* para seleccionar aquella alternativa que se ubique en el primer lugar[4].

3. RESULTADOS

Es muy importante separar los resultados de cada uno de los métodos o procedimientos para su análisis individual, para luego presentar la combinación de resultados al realizar la sustitución de los elementos de la escala de la Tabla de Saaty por los estadísticos de pruebas del MRLM:

3.1 Método Comparativo Directo de Datos de Mercado

La población en estudio está representada por las unidades residenciales multifamiliares, con áreas comprendidas entre [60,00 y 140,00] m2, ubicadas en edificios que tienen entre 10 y 40 pisos, localizados en la zona Corregimiento de Rio Abajo de la Ciudad de Panamá.
Para la estructuración del Modelo de Regresión Lineal Múltiple (MRLM), se levantó una muestra con tamaño *n* igual a 97 datos que corresponden a precios de ofertas de mercado de unidades residenciales multifamiliares localizadas en la zona Corregimiento de Río Abajo de la Ciudad de Panamá. Los linderos físicos de la poligonal analizada son Vía Simón Bolívar o Transístmica, Río Abajo, Autopista Corredor Sur (Océano Pacífico) y la Vía Brasil. Para la

[4] Es muy recomendable, y forma parte de este análisis, realizar el cálculo del vector propio de los criterios usando los valores de la escala fundamental de la tabla de *Saaty,* de esta manera se tienen elementos de comparación con los resultados obtenidos por los coeficientes estandarizados del MRLM.

aplicación de la inferencia estadística (análisis de regresión lineal múltiple) se hizo la selección de las variables[5] con base en las características del inmueble tasable y de su entorno urbano, que se clasifican en la siguiente tabla:

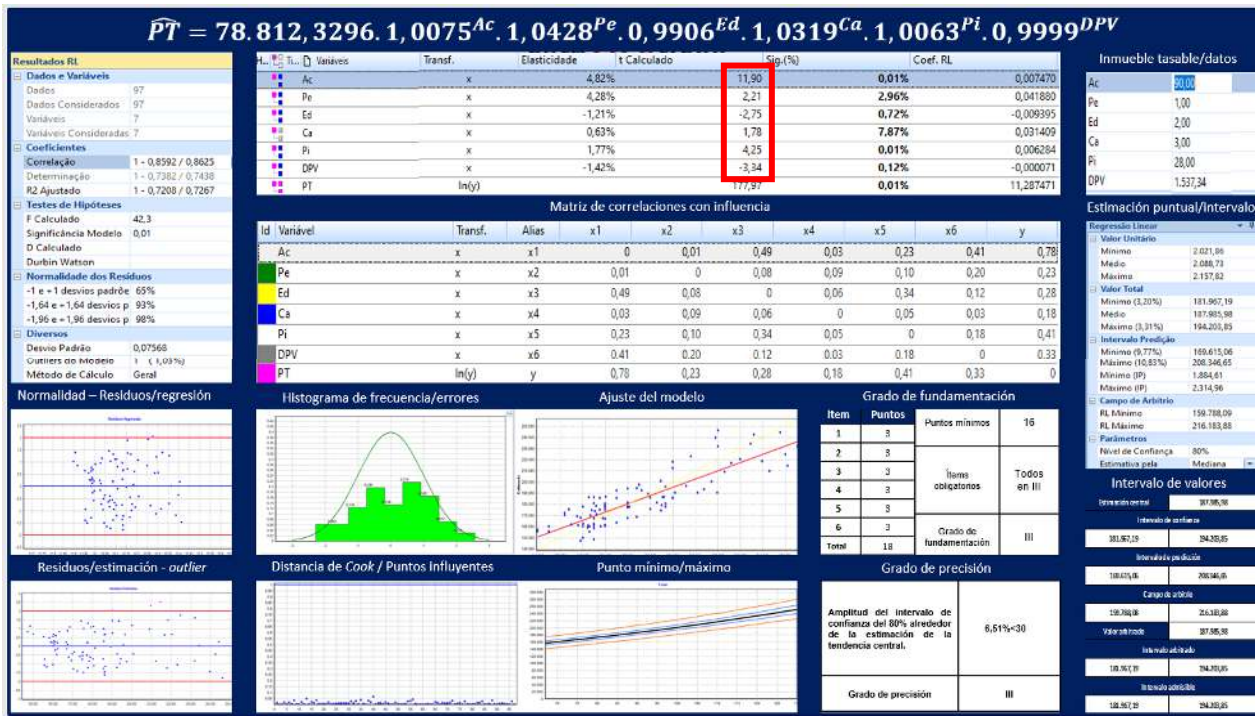
Tabla 5: Variables del modelo econométrico

Variable	IM	Unidad	Descripción	Tipo de Variable	Escala de Medición
Área de construcción	*Ac*	m^2	Área legal o tasable del inmueble.	Explicativa Cuantitativa Continua	Razón
Puesto de estacionamiento	*Pe*	adim	Número de puestos de Estacionamiento del inmueble.	Explicativa Cuantitativa Discreta	Razón
Edad	*Ed*	año	Edad del edificio donde se ubica el inmueble.	Explicativa Cuantitativa Discreta	Razón
Calidad	*C*	adim	Alta 3 Media Alta 2 Media 1	Explicativa Categórica Discreta	Ordinal
Pisos	*Pi*	adim	Número de pisos del edificio	Explicativa Cuantitativa Discreta	Razón
Distancia al polo valorizante	*DPV*	m	Distancia del edificio hasta el punto central del Parque Recreativo y Cultural Omar.	Explicativa *Proxy* Continua	Razón
Precio Total del inmueble	*PT*	UM	Precio Total de las ofertas de apartamentos.	Explicada Cuantitativa Continua	Razón

Elaboración propia con base en Camacaro&Mock (2021)

En la siguiente figura denominada «***MRLM Chart***», se presenta en mosaico de resultados una vez realizado el modelado econométrico:

Figura 2:MRLM Chart (mosaico de resultados)



[5] Inicialmente se consideraron 10 variables entre explicadas y explicativas, pero las variables Habitación y Baño no se mostraron importantes en la variación de la variable explicada, sus regresores no fueron estadísticamente significativos. Respecto a la variable Evento, su inclusión no fue posible porque se tomaron solo ofertas del mercado inmobiliario vista lo desbalanceado de la muestra cuando se incluían las operaciones de ventas registradas.

De la figura 2 se puede comentar que se obtuvo una ecuación de estimación del tipo multiplicativa. La norma señala que para alcanzar el Grado de fundamentación para el Ítem Nº 2 de la Tabla I, se debe cumplir que 6 (k+1) sea menor que el número de datos utilizados, aquí es 6(6+1)=42 menor que 97, con lo cual se cumple con esta condición. Tampoco hubo problemas de micronumerosidad en las variables cualitativas.
El coeficiente de correlación (r) es igual a 0,8592, lo que indica una correlación fuerte entre la variable explicada y las variables independientes.
El coeficiente de determinación (R^2) es igual a 0,7382, lo que indica que el 73,82% de la variación de los valores unitarios alrededor del valor medio se explica por las variables independientes incluidas en el modelo. El 26,18% no explicado posiblemente se origina por la aleatoriedad del ser humano, por la no inclusión de otras variables en el modelo.
En cuanto a la interpretación de la significancia de los regresores de las variables explicativas, todos tienen una significancia menor al 10%, lo que permite encuadrar este ítem en el Grado de Fundamentación III. Se concluye que las variables son importantes para explicar la variación de los precios de los inmuebles. En un marco rojo se destacan los coeficientes estandarizados para cada variable que serán utilizados para sustituir la escala fundamental de la tabla de Saaty.
El F calculado es igual a 42,30; mientras que el nivel de significancia del modelo es del 0,01%, que es menor al nivel de significancia α, por lo que se rechaza la hipótesis nula y al menos una de las variables independientes incluida en el modelo es importante para la explicación de la variabilidad de los precios observados en el mercado se alcanza el Grado de Fundamentación III.
Haciendo la comparación de la frecuencia relativa de los errores estandarizados de la muestra en los intervalos de [-1;1], 65% [-1,64;1,64] 93% y [-1,96;1,96], 98% con probabilidades de la distribución normal estándar en los mismos intervalos, esto es, 68%, 90% y 95%, existe una aproximación considerando la tolerancia para esta prueba.
La desviación estándar del modelo de regresión es igual a 0,07568. Se observa la presencia de un outlier (1,03%) que es menor que el 5% tolerable para este análisis de la normalidad en los residuos. Al revisar los valores de las correlaciones es evidente que no hay correlaciones altas entre las variables (menores que 0,80), lo que explica que no hay presencia de multicolinealidad entre las variables independientes.
Siguiendo con las pruebas gráficas sobre Normalidad y Homedasticidad en los errores, en gráfico de dispersión de los valores estimados por el modelo versus los errores estandarizados (de la estimación y de la regresión) se puede observar la distribución de los errores entre -2 y 2, que corrobora la aproximada normalidad de los errores (se observa también el *outlier*), mientras que la nube de puntos no presenta ninguna tendencia, lo cual es indicio de que están dispuestos aleatoriamente y se interpreta que lo que los errores del modelo tienen un comportamiento homocedástico, es decir, los errores tienen varianza constante.
En el histograma de los errores del modelo se complementa la información sobre la aproximada normalidad en forma gráfica al compararlo con la distribución normal.
La presencia de puntos influyentes en el modelo se puede comprobar utilizando el gráfico de la Distancia de Cook, en este caso se pudo observar que no existen puntos influyentes entre los datos de la muestra del modelo de regresión.
El poder de predicción del modelo debe ser comprobado utilizando el gráfico de dispersión de los precios observados en el eje de las abscisas y los valores estimados por el modelo en el eje de las ordenadas, que debe contener puntos cercanos a la bisectriz del primer cuadrante, como se puede observar en este gráfico se comprueba el ajuste realizado por el modelo de regresión.
Al observar los gráficos no hay evidencias de puntos máximo y mínimo, por tanto, el modelo no tiene restricciones para su uso.
Se concluye que el modelo cumple con las especificaciones de la Norma NBR 14653-2 y su informe con base en los resultados de estimación se alcanza un grado de fundamentación III y un grado de precisión III.

3.2 Proceso Analítico Jerárquico (*Analytic Hierarchy Process* -AHP)

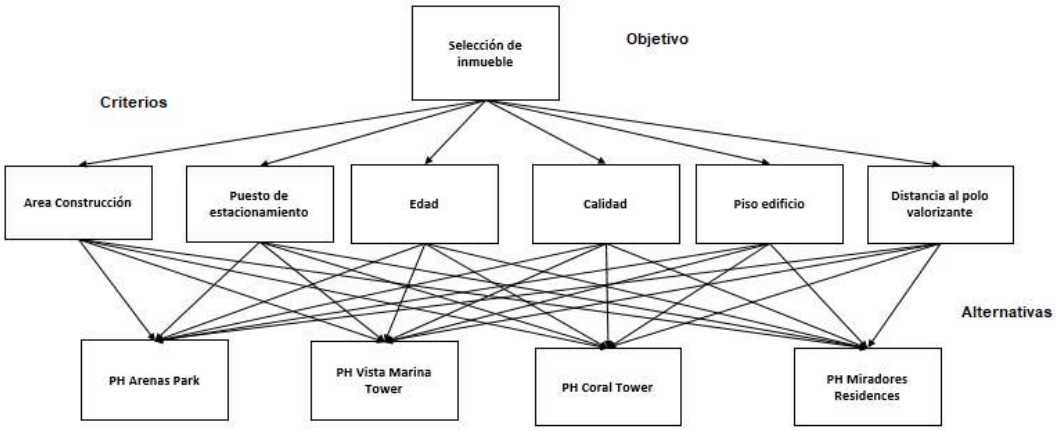
De la muestra seleccionada para el MRLM, se hizo la selección aleatoria de inmuebles en oferta para la selección de la mejor alternativa de acuerdo al ranking de resultados del AHP que se pueden observar en la siguiente tabla:

Tabla 6: Variables del modelo econométrico con precios totales

Inmueble	Área Construcción [m^2]	Puesto de estacion. [adim]	Edad [año]	Calidad [adim]	Piso [adim]	Distancia al Polo Valorizante. [m]	Precio Total [UM]
PH Arenas Park	67	1	5	2	23	1.157,96	165.000,00
PH Vista Marina Tower	105	2	8	1	16	1.541,94	170.000,00
PH Coral Tower	81	2	5	3	26	782,71	200.000,00
PH Miradores Residen.	90	2	2	2	28	1.537,34	168.500,00

Con base en la Tabla 6 se presenta el diagrama inicial con el objetivo, criterios y alternativas:

Figura 2: Estructura jerárquica del AHP



Elaboración propia con base en *Saaty* (1980)

Para la estructuración de la matriz de criterios se hizo la consulta al Arq. Ernesto Mock, experto tasador que vive en la Ciudad de Panamá, y se obtuvo el siguiente resultado:

Tabla 7: Matriz de comparaciones de criterios

	Área Contrucción	Puesto Estacionamiento	Edad	Calidad	Piso	Distancia PV
Área Construcción	1	5	3	3	4	3
Puesto Estacionamiento	1/5	1	1/4	1/5	1/5	1/5
Edad	1/3	4	1	2	3	3
Calidad	1/3	5	1/2	1	3	3
Piso	1/4	5	1/3	1/3	1	2
Distancia PV.	1/3	5	1/3	1/3	1/2	1
Suma	2,45	25,00	5,42	6,87	11,70	12,20

Elaboración propia con base en Camacaro&Mock (2021)

Se procede a la normalización de la matriz por la suma, se calcula el vector propio, el vector total y el λ_{max}:

Tabla 8: Normalización de la Matriz, vector propio, vector propio y λ_{max}

	Normalización						Vector propio	Vector Total	VP/VT
Ac	0,4082	0,2000	0,5538	0,4369	0,3419	0,2459	0,3644	2,46	6,74
Pe	0,0816	0,0400	0,0462	0,0291	0,0171	0,0164	0,0384	0,24	6,28
E	0,1361	0,1600	0,1846	0,2913	0,2564	0,2459	0,2124	1,46	6,89
C	0,1361	0,2000	0,0923	0,1456	0,2564	0,2459	0,1794	1,22	6,77
P	0,1020	0,2000	0,0615	0,0485	0,0855	0,1639	0,1103	0,71	6,48
DPV	0,1361	0,2000	0,0615	0,0485	0,0427	0,0820	0,0951	0,59	6,25
								λ_{max}	6,57

Elaboración propia con base en Camacaro&Mock (2021)

Se procede a calcular el Índice de Consistencia ***I.C.***:

$$I.C. = \frac{(\lambda_{max}) - n}{(n) - 1} = \frac{6{,}57 - 6}{6 - 1} = 0{,}11$$

Se procede a calcular el Ratio de Consistencia ***R.C.***, previamente se determina Índice Aleatorio (I.A.), entrando en la Tabla 3 para n=6; I.A.es igual a 1,24:

$$R.C. = \frac{I.C.}{I.A.} = \frac{0{,}11}{1{,}24} = 0{,}09 < 0{,}10$$ Cumple con lo establecido en la Tabla 4

Como todas las variables son cuantitativas (directas e inversas)[6] se procedió a determinar los vectores propios para cada alternativa utilizando la normalización por la suma que se resume en esta tabla:

Tabla 9: Vectores propios de las alternativas, de los criterios y vector de ponderacion general

Alternativa	*Ac*	*Pe*	*E*	*C*	*Pi*	*DPV*	Vector criterios	Vector general	Ranking
PH Arenas Park	0,31	0,14	0,20	0,17	0,25	0,25	0,36	0,2423	3
PH Vista Marina Tower	0,20	0,29	0,12	0,05	0,17	0,19	0,04	0,1554	4
PH Coral Tower	0,26	0,29	0,20	0,61	0,28	0,37	0,21	0,3213	1
PH Miradores Residences	0,23	0,29	0,49	0,17	0,30	0,19	0,18	0,2810	2
							0,11		
							0,10		

Elaboración propia con base en Camacaro&Mock (2021)

De acuerdo con los resultados de la aplicación del AHP para la selección de la mejor alternativa de inversión, PH Coral Tower con un precio total de USD 200.000 representa la mejor opción.

[6] Excepto la variable Calidad, que a pesar de tener una escala de valores para el análisis del MRLM, nuevamente el Arq. Ernesto Mock suministró su opinión sobre los valores de la matriz de comparación por pares de las alternativas con base en la variable Calidad.

3.3 Del Modelo de Regresión Lineal Múltiple y el AHP

Ahora se procede a realizar los cálculos sustituyendo los valores de la escala de la tabla de Saaty por los coeficientes estandarizados[7] de las variables del MRLM, según esta tabla:

Tabla 10: Matriz de Comparaciónes de criterios (t*)

Variable	*t**	*Ac*	*Pe*	*E*	*C*	*P*	*DPV*
Ac	11,9	1	5,38	4,33	6,69	2,80	3,56
Pe	2,21	0,16	1	0,80	1,24	0,52	0,66
E	2,75	0,23	1,247	1	1,55	0,65	0,82
C	1,78	0,15	0,81	0,65	1	0,42	0,53
P	4,25	0,36	1,92	1,56	2,39	1	1,27
DPV	3,34	0,28	1,51	1,21	1,88	0,79	1
	Suma	2,20	11,87	9,54	14,74	6,17	7,85

Se procede a la normalización de la matriz por la suma, se calcula el vector propio, el vector total y el λ_{max}:

Tabla 11: Normalización de la Matriz, vector propio, vector propio y λ_{max}

	Normalización						**Vector propio**	**Vector Total**	**VP/VT**
Ac	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	0,45	2,72	6,00
Pe	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,51	6,00
E	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,63	6,00
C	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,41	6,00
P	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,97	6,00
DPV	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,76	6,00
								λmax	6,00

Elaboración propia con base en Camacaro&Mock (2021)

Se procede a calcular el Índice de Consistencia ***I.C.***:

$$I.C. = \frac{(\lambda_{max}) - n}{(n) - 1} = \frac{6 - 6}{6 - 1} = 0{,}00$$

Se procede a calcular el Ratio de Consistencia ***R.C.***, previamente se determina Índice Aleatorio (I.A.), entrando en la Tabla 3 para n=6; I.A.es igual a 1,24:

$$R.C. = \frac{I.C.}{I.A.} = \frac{0{,}00}{1{,}24} = 0{,}00 < 0{,}10$$ Cumple con lo establecido en la Tabla 4

[7] La selección de este estadístico se decide luego de analizar el comportamiento de las relaciones entre: las variaciones del R^2ajustado, elasticidades de la variable explicada, las correlaciones entre las variables independientes y los factores asociados a las variables en la ecuación de estimación.

Como todas las variables son cuantitativas (directas e inversas) se procedió a determinar los vectores propios para cada alternativa utilizando la normalización por la suma que se resume en esta tabla:

Tabla 12: Vectores propios de las alternativas, de los criterios y vector de ponderacion general

Alternativa	***Ac***	***Pe***	***E***	***C***	***Pi***	***DPV***	**Vector criterios**	**Vector general**	**Ranking**
PH Arenas Park	0,31	0,14	0,20	0,25	0,25	0,25	0,45	0,26	3
PH Vista Marina Tower	0,20	0,29	0,12	0,13	0,17	0,19	0,08	0,19	4
PH Coral Tower	0,26	0,29	0,20	0,38	0,28	0,37	0,10	0,28	1
PH Miradores Residences	0,23	0,29	0,49	0,25	0,30	0,19	0,07	0,27	2
							0,16		
							0,13		

Elaboración propia con base en Camacaro&Mock (2021)

De acuerdo con los resultados de la aplicación del AHP para la selección de la mejor alternativa de inversión, PH Coral Tower con un precio total de USD 200.000 representa la mejor opción.
A los efectos de comprobar los resultados obtenidos con los dos enfoques, con los mismos datos se hizo el análisis de sensibilidad basado en el «Factor de *Gauss*» sugerido por *Dos Santos et al* (2021), obteniéndose los siguientes resultados:

Tabla 13: Vectores propios de las alternativas, de los criterios y vector de ponderacion general

	Tabla de *Saaty*	Factor de *Gauss*	Estadístico (*t**)
PH Arenas Park	0,24	0,23	0,26
PH Vista Marina Tower	0,16	0,17	0,19
PH Coral Tower	0,32	0,29	0,28
PH Miradores Residences	0,28	0,32	0,27
Promedio	0,25	0,25	0,25
Desviación estándar	0,07	0,07	0,04
Coeficiente de variación	28%	26%	17%

Elaboración propia con base en Camacaro (2022)

En este caso cuando se aplica la propuesta gaussiana[8], se elige el inmueble PH Miradores Residences contrario a las soluciones con AHP y MRLM+AHP (PH Coral Tower). El valor de PH Coral Tower (*Saaty*) es igual al valor de PH Miradores Residences (*Gauss*), manteniéndose la diferencia (0,04) para los inmuebles al cambiar el método de cálculo. Mientras que la diferencia entre esos inmuebles es mucho menor cuando se utilizan los estadísticos *t** (0,01).
Igualmente se observa que existe mayor variación entre los valores de las alternativas en el vector de ponderación general cuando se usa la Tabla de *Saaty*, *C.V.* igual a 28%, reduciéndose esa variación para el uso del Factor de *Gauss*, *C.V.* igual a 28%, y aún más cuando se usan los estadísticos *t**, *C.V.* igual a 17%.

8 Se destaca que en este análisis se consideró el precio total como una variable cuantitativa. El proceso de normalización arrojó una alta incidencia de la edad en los resultados de ponderación. Este procedimiento depende de las variables cuantitativas y no de encuestas para la matriz de decisión.

4. DISCUSIÓN

Cuando se utilizan los MCDA con un fundamento empírico, es muy probable que los tomadores de decisiones (DM) optimicen la selección de la mejor alternativa para su inversión, negocio o emprendimiento. Sin embargo, la solución aportada por un método multicriterio por sí solo no necesariamente representa la decisión final.

Desde la aparición del popular método multicriterio AHP, la escala fundamental de la Tabla de *Saaty* ha sido ampliamente investigada, teniendo opiniones encontradas en la comunidad científica.

La metodología sugerida para la sustitución de la comparación por pares en las matrices de criterios y de alternativas, por matrices numéricas basada en relaciones entre estadísticos de prueba del MRLM y la utilización de variable cuantitativas, exige al asesor inmobiliario el conocimiento pleno del comportamiento de los precios de los inmuebles y de las variables que intervienen en su formación.

La figura del tasador inmobiliario es clave para analizar las bases de datos, y con el uso de la metodología científica generar los modelos econométricos para extraer los estadísticos de prueba que fundamenten empíricamente las soluciones cuando se utiliza el AHP.

Actualmente existen diversos programas informáticos, como *ExpertChoice y Super Decisions*, que facilitan el acceso a los cálculos matemáticos que permiten consolidar el conocimiento y desarrollo del método multicriterio AHP. Igualmente existen diversas herramientas tecnológicas que permiten en esta era de Big Data, el tratamiento de los datos para aportar soluciones cuando se requiera tomar una decisión utilizando criterios múltiples.

5. CONCLUSIÓN

El uso de la matriz de las relaciones entre los estadísticos t^* asociados a las variables del MRLM sustituye los juicios de expertos en las encuestas basadas en la Tabla de *Saaty*, lo que permite tomar decisiones con un suficiente grado de objetividad, mitigando así la subjetividad en la solución heurística que aporta el AHP.

Para el análisis de las ofertas inmobiliarias, el Criterio t^* representa una alternativa válida y sirve para apoyar la labor de los profesionales de bienes raíces para optimizar la comercialización de los productos inmobiliarios cuando utilicen el AHP.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Asadabadi, M. et al (2018) Are MCDM methods useful? A critical review of Analytic Hierarchy Process (AHP) and Analytic Network Process (ANP). Cogent Engineering, 6:1, 1623153, DOI: 10.1080/23311916.2019.1623153. Recuperado de*:*

https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/23311916.2019.1623153

Borja et al (2019) *Processo Analítico Hierárquico (AHP) em ambiente SIG: temáticas e aplicações voltadas à tomada de decisão utilizando critérios espaciais*. *Revit INTERAÇÕES*, Campo Grande, MS, v. 20, n. 2, p. 407-420, abr./jun. 2019. Recuperado de: https://www.scielo.br/j/inter/a/czmJyn93szNcX5jfXjpPR8M/?lang=pt

Camacaro, M & Mock, (2021) El ebook de un avalúo inmobiliario. Miguel Camacaro Ediciones. Barquisimeto, Venezuela. Recuperado de: https://62c7d123121bd.site123.me/

Camacaro, Miguel [Mundo Valor] (13 de enero de 2022) Encuentro del modelo, del ratio y del proceso...[Archivo de video] Youtube. https://youtu.be/QPt217J_1As

Castro *et al* (2013) Estudio del Estado del arte de las aplicaciones de *Analytic Hierarchy Process*. Revista CULCyT//Septiembre - Diciembre, 2013 Año 10, No 51: Especial No 2. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. Recuperado de https://erevistas.uacj.mx/ojs/index.php/culcyt/article/view/950

Dos Santos et al (2021) *Multicriteria decision-making in the selection of warships: a new approach to the AHP method. International Journal of the Analytic Hierarchy Process*. Vol. 13 Issue 1 2021.ISSN 1936-6744. Recuperado de:

https://ijahp.org/index.php/IJAHP/article/view/833.

Emrouznejad, Ali & Marra, Marianna (2017) *The state of the art development of AHP* (1979-2017): *a literature review with a social network analysis, International Journal of Production Research*, 55:22, 6653-6675, DOI:10.1080/00207543.2017.1334976. Recuperado de: https://doi.org/10.1080/00207543.2017.1334976

Franeka,J& Kresta,A (2014*) Judgment scales and consistency measure in AHP. Procedia Economics and Finance* 12 (2014) 164 – 173. Recuperado de:

(PDF) Judgment Scales and Consistency Measure in AHP (researchgate.net)

Gopel, K.D (2019) *Comparison of Judgment Scales of the Analytical Hierarchy Process - A New Approach. International Journal of Information Technology & Decision Making Vol.* 18*, No.* 02*, pp.* 445-463 *Recuperado de: https://www.worldscientific.com/doi/10.1142/S0219622019500044*

Harker, P. & Vargas, L. (1987). The Theory of Ratio Scale Estimation: Saaty's Analytic Hierarchy Process. Management Science. 33. 1383-1403. 10.1287/mnsc.33.11.1383. Recuperado de:

(PDF) The Theory of Ratio Scale Estimation: Saaty's Analytic Hierarchy Process (researchgate.net)

Kadziński, M.& Tervonen T. (2013) *Robust multi-criteria ranking with additive value models and holistic pair-wise preference statements, European Journal of Operational Research,Volume* 228*, Issue* 1,2013*,Pages* 169-180*,ISSN* 0377-2217,https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.01.022. *Recuperado de (https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221713000520)*

Khan, A. U., & Ali, Y. (2020). Analytical Hierarchy Process (AHP) and Analytic Network Process Methods and Their Applications: A Twenty Year Review From 2000-2019*: AHP & ANP techniques and their applications: Twenty years review from 2000 to 2019. International Journal of the Analytic Hierarchy Process, 12(3). https://doi.org/10.13033/ijahp.v12i3.822.*

Kujawski, Edouard. (2003). 4.7.3 Multi-Criteria Decision Analysis: Limitations, Pitfalls, and Practical Difficulties. INCOSE International Symposium. 13. 1169-1176. 10.1002/j.2334-5837.2003.tb02692.x. Recuperado de:

(PDF) 4.7.3 Multi-Criteria Decision Analysis: Limitations, Pitfalls, and Practical Difficulties (researchgate.net)

Moreno Jiménez et al (2019) El Índice de Consistencia Geométrico para Matrices Incompletas en AHP, Grupo Decisión Multicriterio Zaragoza, Facultad de Económicas. Universidad de Zaragoza. Recuperado de:

https://www.asepelt.org/ficheros/File/Anales/2003%20-%20Almeria/asepeltPDF/192.PDF

Meesariganda,B & Ishizaka,A (2017) *Mapping verbal AHP scale to numerical scale for cloud computing strategy selection.* Applied *Soft Computing, Volume 53, Pages 111-118, ISSN 1568-4946, https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.12.040. Recuperado de:*

(https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S156849461630669X)

Penadés-Plà, *Vicent et al*. (2016). "*A Review of Multi-Criteria Decision-Making Methods Applied to the Sustainable Bridge Design*" *Sustainability* 8, no. 12: 1295. Recuperado de: https://doi.org/10.3390/su8121295

Programa *1000Minds* (2022) *What is Multi-Criteria Decision Analysis used for*? Recuperado de:

https://www.1000minds.com/decision-making/what-is-mcdm-mcda

Programa *Super Decisions* (2022) *Analytic Hierarchical Process - AHP*? Recuperado de: https://www.1000minds.com/decision-making/what-is-mcdm-mcda

Saaty, Tomas (1990) *How to make a decision: Analytic Hierarchy Process. European Journal of Operational Research Volume* 48, *Issue* 1, 5 *September* 1990, *Pages* 9-26. Recuperado de: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/037722179090057I.

Saaty, Thomas & Vargas, Luis. (2011). The Seven Pillars of the Analytic Hierarchy Process. 10.1007/978-1-4615-1665-1_2. Recuperado de:

https://www.researchgate.net/publication/227049069_The_Seven_Pillars_of_the_Analytic_Hierarchy_Process

Sabaei, Davood & Erkoyuncu, John & Roy, Rajkumar. (2015). *A Review of Multi-criteria Decision Making Methods for Enhanced Maintenance Delivery*. Procedia CIRP. 37. 10.1016/j.procir.2015.08.086. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/283498316

Sánchez-Garrido *et al* (2022). An Adaptive ANP & ELECTRE IS-Based MCDM Model Using Quantitative Variables. Mathematics 2022, 10, 2009. https://doi.org/10.3390/math 10122009. Recuperado de:

(PDF) An Adaptive ANP & ELECTRE IS-Based MCDM Model Using Quantitative Variables (researchgate.net)

Tzeng,G-H & Huang, J-J (1981) *Multiple attribute decision making: Methods and Applications. CRC Press Taylor & Francis Group. Boca Raton, FL.USA. Recuperado de:*

(Open Access) Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications (typeset.io)

Velasquez, M. & *Hester*, P. (2013). An analysis of multi-criteria decision making methods. International Journal of Operations Research. 10. 56-66. Recuperado de:

Download citation of An analysis of multi-criteria decision making methods (researchgate.net)

Whitaker, R (2007) *Criticisms of the Analytic Hierarchy Process: Why they often make no sense Mathematical and Computer Modelling* 46 (2007) 948–961. Recuperado de:

https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895717707001033

Yepes, Víctor (2018). Clasificación de los métodos de toma de decisión multicriterio multiatributo. Recuperado de:

https://victoryepes.blogs.upv.es/2018/11/26/clasificacion-metodos-madm/